



Modélisation des effets non-linéaires dans un laser impulsionnel fibré

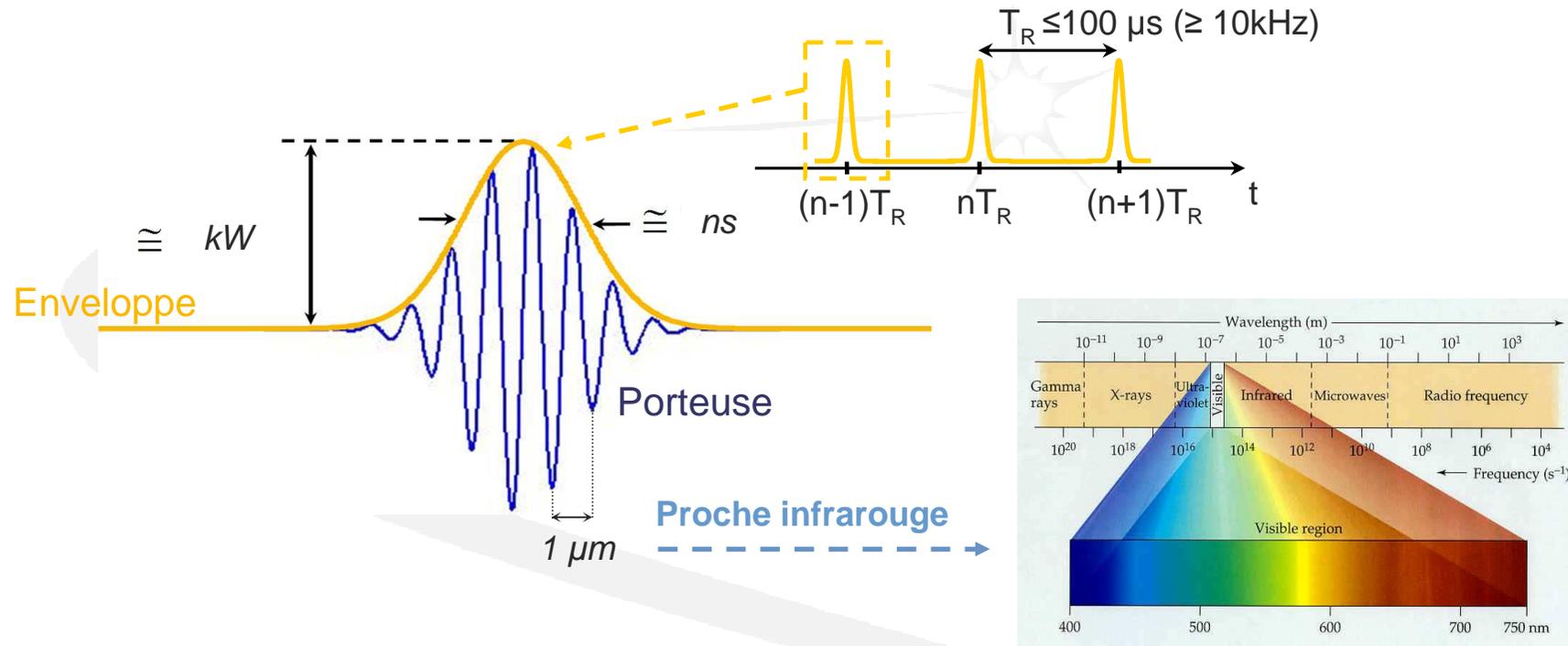
Arnaud FERNANDEZ

arnaud.fernandez@enssat.fr



- **I - Présentation**
- **II - Equation NL. Schrödinger**
- **III - Modélisation numérique**
- **IV - Contraintes et limites**
- **V - Plan d'investigations**

Propagation d'impulsions optiques incohérentes :



Milieu de propagation : **Fibre optique**



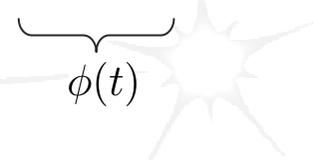
- Domaines « connus » : interdépendance temps-fréquence
 - ps/GHz : Télécom. Optique, détection...
 - fs/THz : Génération de supercontinuum : métrologie, lasers accordables...



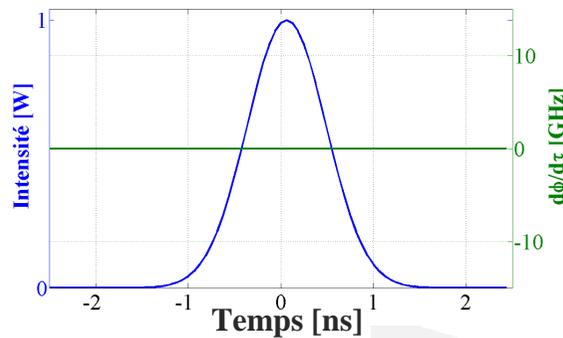
Impulsion optique cohérente : Relation de phase entre points contigus de l'impulsion

Relation linéaire : $E(z, t) = E_0 e^{(\frac{T}{T_0})^2} e^{-j(\omega_0 + bt)t}$ - Gaussienne -

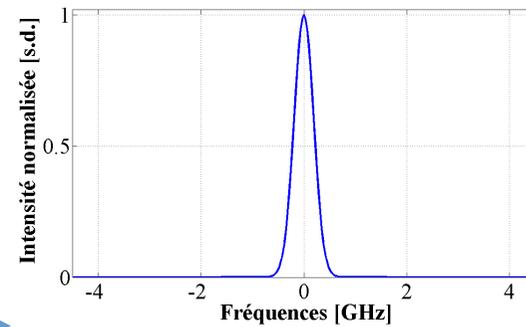
Fréquence instantanée $\frac{d\phi(t)}{dt} = \omega_0 + bt$



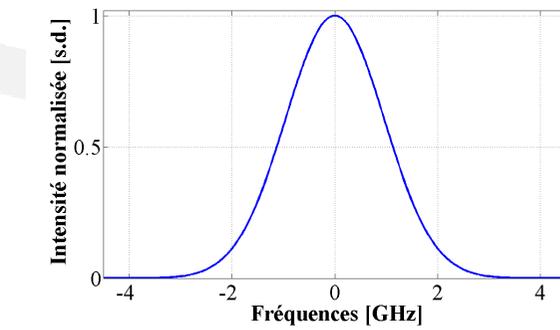
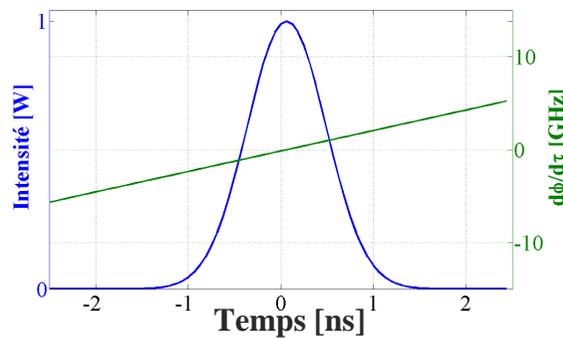
$b = 0$



TF



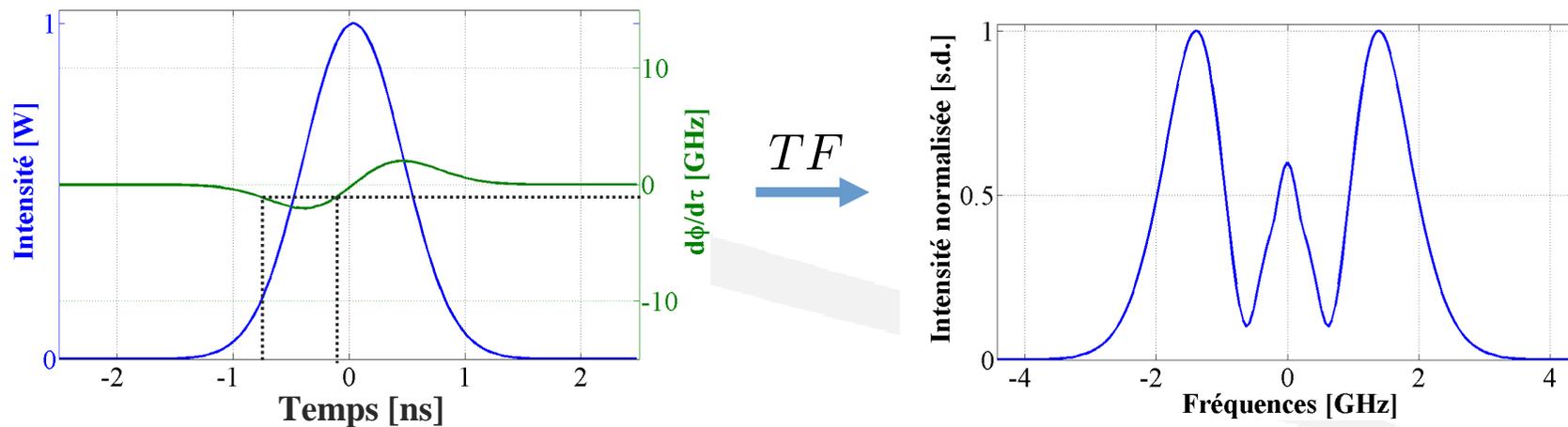
$b \neq 0$



Impulsion optique cohérente : Relation de phase entre points contigus de l'impulsion

Relation non-linéaire : $E(z, t) = E_0 e^{(T/T_0)^2} e^{-j(\omega_0 t + \phi_{NL}(t))}$

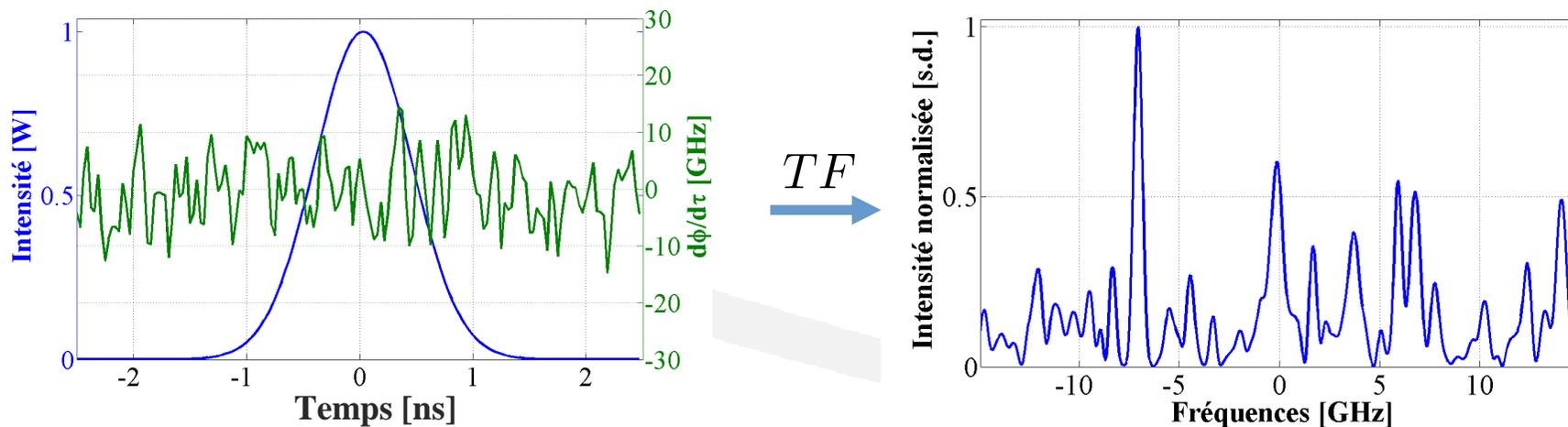
$$\phi_{NL}(t) = K |E(z, t)|^2$$



Impulsion optique incohérente : Aucune relation de phase = caractère aléatoire

Approche heuristique : $E(z, t) = E_0 e^{(\frac{T}{T_0})^2} e^{-j(\omega_0 t + \phi_{rand}(t))}$

$\phi_{rand}(t)$ suit une loi uniforme dans $[0, 2\pi[$



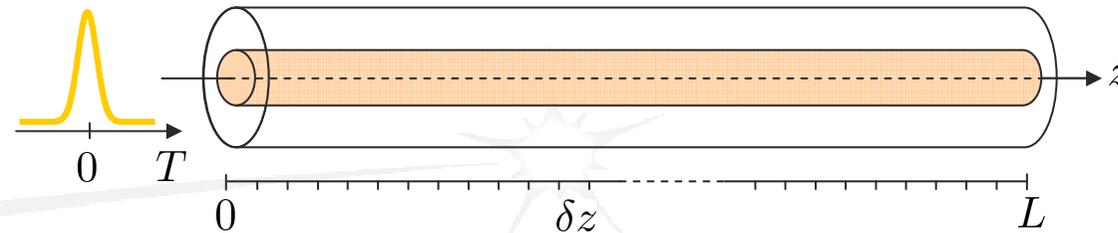
Problématique : Respect des propriétés stochastiques du signal incohérent ?

- **I – Présentation**
- **II - Equation NL. Schrödinger**
- **III - Modélisation numérique**
- **IV - Contraintes et limites**
- **V - Plan d'investigations**

Fenêtre glissante :

$$T = t - \frac{z}{v_g}$$

$$A(z, T)e^{-j\omega_0 t}$$



Équation de Schrödinger non-linéaire (NLSE) :

$$\left[\frac{\partial A(z, T)}{\partial z} = \left[\sum_{m=2}^{+\infty} j^{m+1} \frac{\beta_m}{m!} \frac{\partial^m}{\partial T^m} + j\gamma |A|^2 - \frac{1}{2}\alpha \right] A(z, T) \right]$$

↑ Propagation
 ↑ Dispersion linéaire
 ↑ Pertes
↑ Non-linéarités

Constante de propagation :

$$\beta(\omega) = n(\omega) \frac{\omega}{c} = \beta_0 + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}\beta_2(\omega - \omega_0)^2 + \frac{1}{6}\beta_3(\omega - \omega_0)^3 + \dots$$

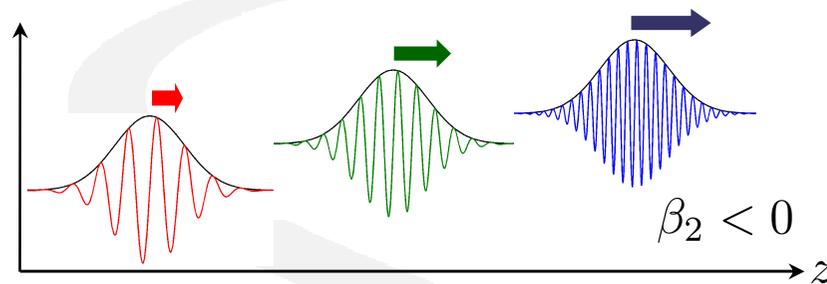
↑ ω_0/v_ϕ
 ↑ $1/v_g$
 ↑ ordre 2
 ↑ ordre 3

Effet de la dispersion d'ordre 2 :

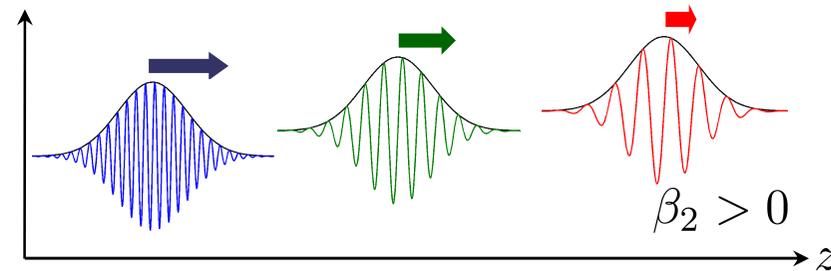
Dispersion de la vitesse de groupe

$$\left[\frac{\partial A(z, T)}{\partial z} = -j \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} \right]$$

$$\beta_2 = \frac{\partial^2 1/v_g}{\partial \omega^2}$$



HF plus rapides que BF



BF plus rapides que HF

Longueur de dispersion : $L_D = \frac{T_0^2}{\beta_2}$

+ LD est petit + la dispersion linéaire est importante

II- Equation NL. Schrödinger

$$\left[\frac{\partial A(z, t)}{\partial z} = -j \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial \tau^2} \right] \longrightarrow \text{Solution analytique : } \tilde{A}(L, \omega) = \tilde{A}(0, \omega) e^{j \frac{\beta_2}{2} \omega^2 L} \xrightarrow{TF^{-1}} A(L, T)$$

Déphasage spectral

Elargissement ou compression

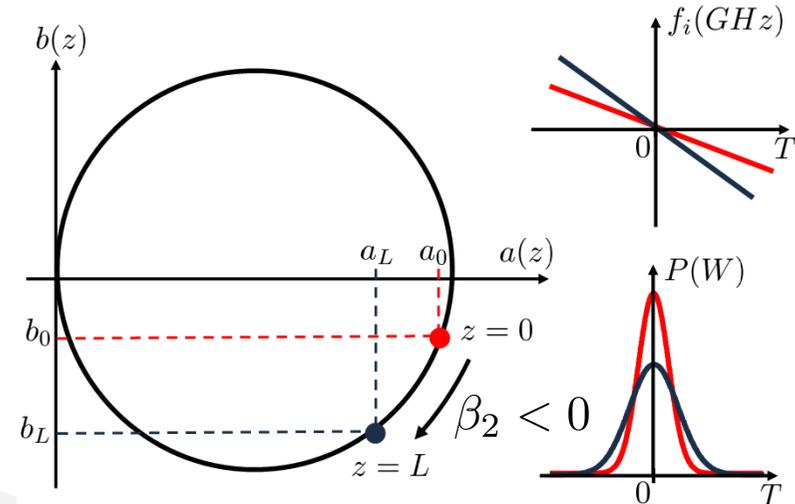
Cas d'une impulsion Gaussienne :

$$A(0, T) = e^{-\Gamma_0 T^2} \xrightarrow{\text{Propagation}} A(z, T) = e^{-\Gamma_z T^2}$$

$$\Gamma_0 = a_0 + j b_0 \quad \Gamma_z = a_z + j b_z$$

$$a(z) \propto \frac{1}{T_z} = \frac{a_0}{(1 + 2\beta_2 z b_0)^2 + (2\beta_2 z a_0)^2}$$

$$b(z) \propto f_i = \frac{b_0(1 + 2\beta_2 z b_0) + 2\beta_2 z a_0^2}{(1 + 2\beta_2 z b_0)^2 + (2\beta_2 z a_0)^2}$$



Effet dispersif d'ordre 2 :

- Compression ou élargissement de $A(T)$
- Chirp linéaire

NLSE :

$$\left[\frac{\partial A(z, T)}{\partial z} = -\frac{\alpha}{2} A(z, T) + j\gamma(\omega_0) A(z, T) |A|^2 \right] \rightarrow \text{Solution analytique : } U(L, T) = U(0, T) e^{j\Phi_{NL}(L, T)}$$

$(A = \sqrt{P_0} U e^{\alpha z/2})$

- Réponse non-linéaire Kerr instantanée
- Contribution des vibrations moléculaire ignorée => Effet Raman ignoré
- Indice de réfraction dépend de l'intensité : $n = n_L + n_2 |A|^2$

$$\gamma(\omega) = \frac{n_2 \omega}{c A_{eff}}$$

Effets linéaires négligeables devant effets non-linéaires :

$$L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|} \gg L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0} \quad \text{valide pour } T_0 \cong 1ns \quad \text{et } P_0 \cong 1kW$$

II- Equation NL. Schrödinger

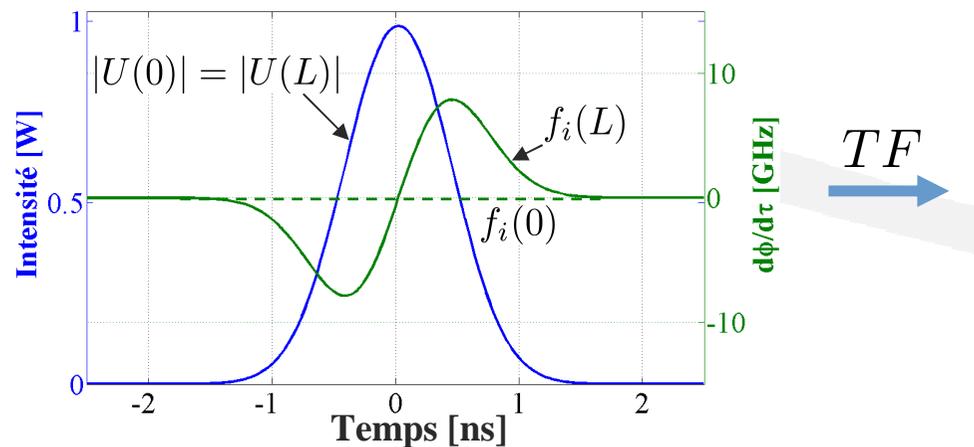
$$\left[\frac{\partial A(z, T)}{\partial z} = -\frac{\alpha}{2} A(z, T) + j\gamma(\omega_0) A(z, T) |A|^2 \right] \longrightarrow \text{Solution analytique : } U(L, T) = U(0, T) e^{j\Phi_{NL}(L, T)}$$

$$(A = \sqrt{P_0} U e^{\alpha z/2})$$

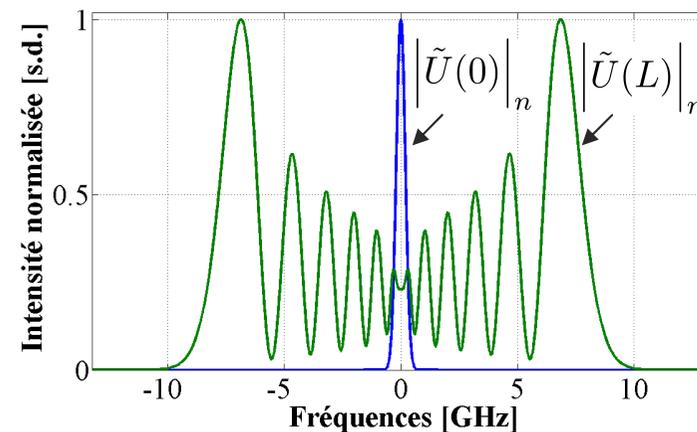
Auto-modulation de la phase : $\Phi_{NL}(L, T) = |U(0, T)|^2 \frac{L_{eff}}{L_{NL}}$ avec $L_{eff} = \frac{1}{\alpha} [1 - e^{-\alpha L}]$

$$f_i(L, T) = -\frac{1}{2\pi} \frac{\partial \Phi_{NL}(L, T)}{\partial T} = -\frac{L_{eff}}{L_{NL}} \frac{|U(0, T)|^2}{\partial T}$$

Déphasage temporel :



Elargissement spectral :



Équation de Schrödinger non-linéaire (NLSE) :

$$\left[\frac{\partial A(z, T)}{\partial z} = \left[\sum_{m=2}^{+\infty} j^{m+1} \frac{\beta_m}{m!} \frac{\partial^m}{\partial T^m} + j\gamma |A|^2 - \frac{1}{2}\alpha \right] A(z, T) \right]$$

REPRESENTATION INSUFFISANTE



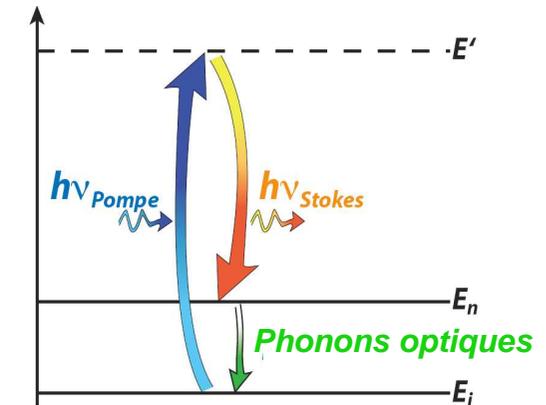
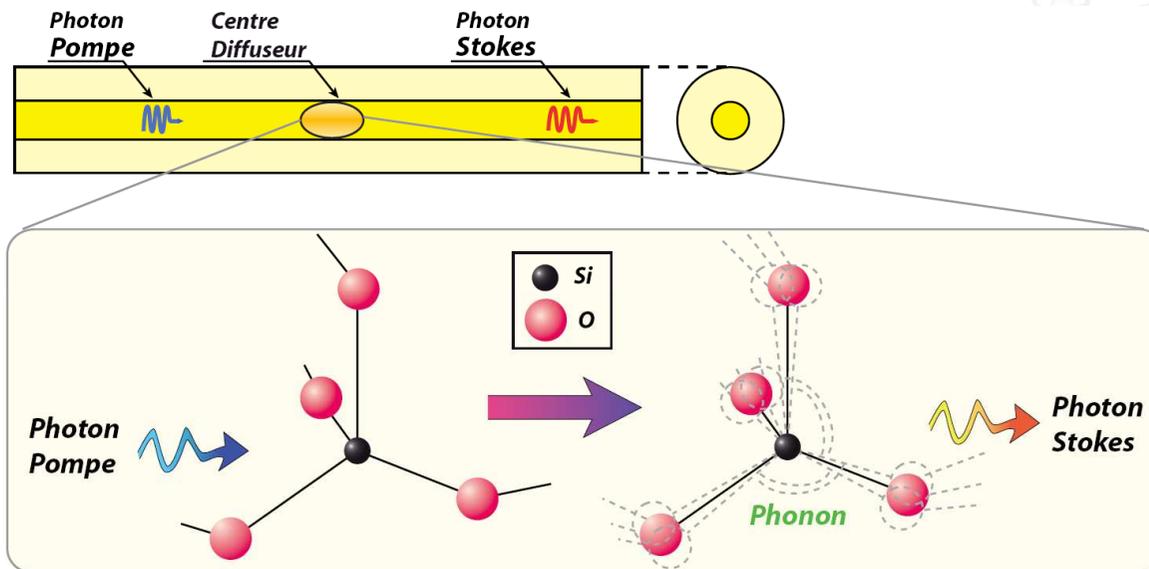
Équation de Schrödinger non-linéaire généralisée (GNLSE) :

$$\left[\frac{\partial A(z, t)}{\partial z} = \frac{\alpha}{2} A + \left(\sum_{m=2}^{+\infty} j^{m+1} \frac{\beta_m}{m!} \frac{\partial^m}{\partial T^m} \right) A + j\gamma \left(1 + \frac{1}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial T} \right) \right. \\ \left. \cdot A(z, t) \left((1 - f_R) |A|^2 + f_R \int_0^\infty h_R(\tau) |A(z, t - \tau)|^2 d\tau \right) \right]$$

Effet Raman spontané (inélastique) :

II- Equation NL. Schrödinger

Effet NON Désiré qui dégrade les performances



Niveaux d'énergie

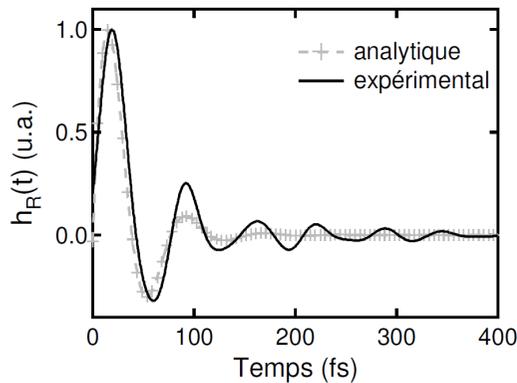
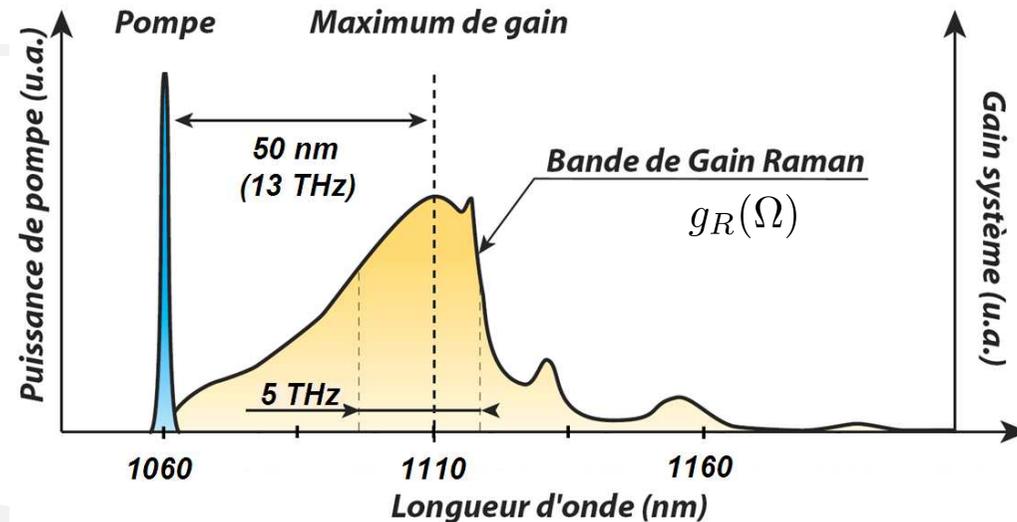


GNLSE :

$$\left[\frac{\partial A(z,t)}{\partial z} = \dots + j\gamma \left(1 + \frac{1}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial T} \right) \cdot A(z,t) \left((1 - f_R) |A|^2 + f_R \int_0^\infty h_R(\tau) |A(z,t-\tau)|^2 d\tau \right) \right]$$

Gain Raman :

$$g_R(\Omega) = 2 \frac{n_2 f_R \omega_0}{c} \text{Im} \left[\tilde{h}_R(\Omega) \right]$$



Fonction réponse Raman :

$$h_R(t) = \frac{\tau_a^2 + \tau_b^2}{\tau_a \tau_b^2} \exp \left[-\frac{t}{\tau_b} \right] \sin \left[\frac{t}{\tau_a} \right]$$

$$\tau_a = 12,2 fs \quad \tau_b = 32 fs$$

- **I - Présentation**
- **II - Equation NL. Schrödinger**
- **III - Modélisation numérique**
- **IV - Contraintes et limites**
- **V - Plan d'investigations**

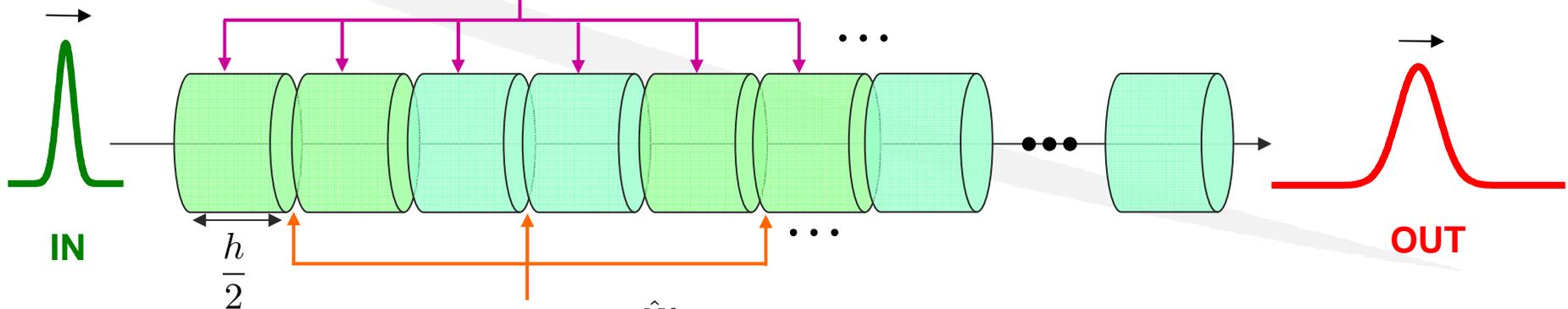
GNLSE simplifiée : $\left[\frac{\partial A(z,t)}{\partial z} = (\hat{D} + \hat{N})A \right]$

Méthode numérique : Split-step Fourier symétrique (SSSF)

où $\left[\hat{D} = -\frac{\alpha}{2} + \left(\sum_{m=2}^{+\infty} j^{m+1} \frac{\beta_m}{m!} \frac{\partial^m}{\partial T^m} \right) \right]$ et $\left[\hat{N} = j\gamma \left(1 + \frac{1}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial T} \right) \left((1 - f_R) |A|^2 + f_R \int_0^\infty h_R(\tau) |A(z, t - \tau)|^2 d\tau \right) \right]$

$\left[A(z + h, T) = \exp\left(\frac{h}{2} \hat{D}\right) \exp\left(\int_z^{z+h} \hat{N}(z') dz'\right) \exp\left(\frac{h}{2} \hat{D}\right) A(z, T) \right]$ Erreur globale $O(h^2)$

Propagation linéaire : $\tilde{A}' = \tilde{A} e^{(\hat{D}h/2)}$ (domaine de Fourier)



Perturbation non-linéaire : $A'' = A' e^{\hat{N}h}$ (domaine temporel)

- **I - Présentation**
- **II - Equation NL. Schrödinger**
- **III - Modélisation numérique**
- **IV - Contraintes et limites**
- **V - Plan d'investigations**

Signaux incohérents ET non-linéarités fortes :

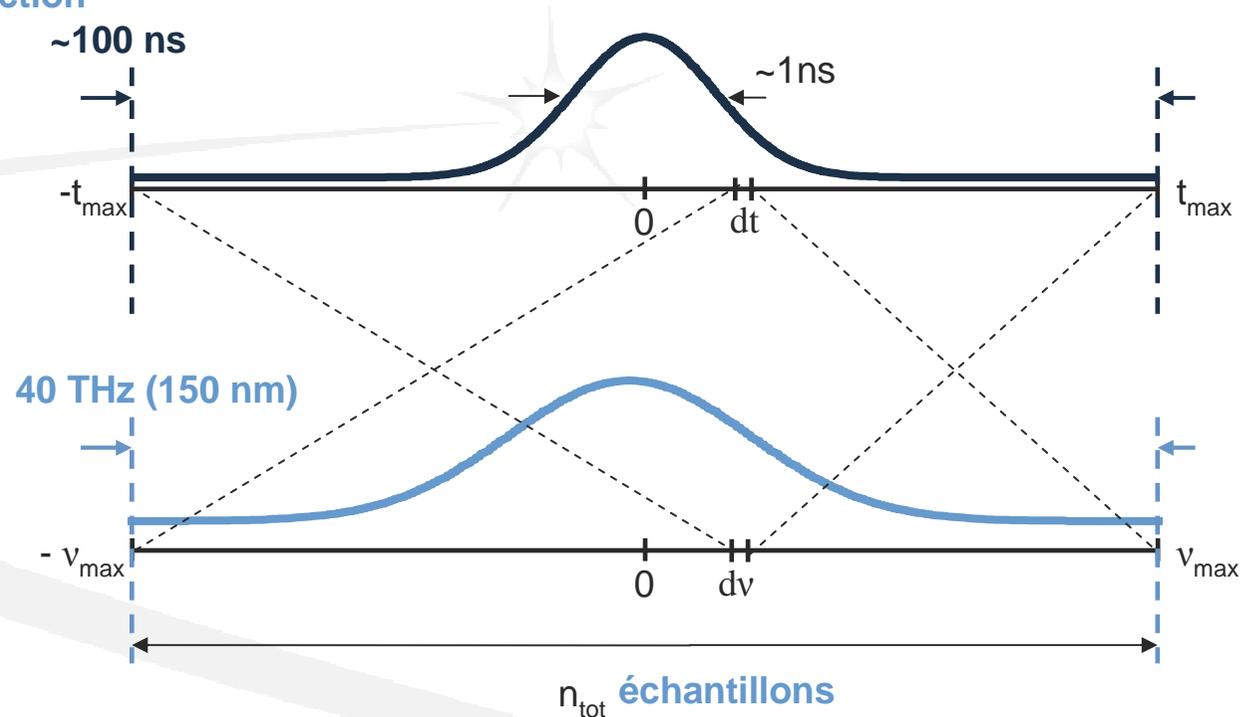
- Signaux non limités par la diffraction

- Fortes largeurs temporelle et spectrale

$$dt = \frac{2t_{max}}{n_{tot}}$$

$$d\nu = \frac{1}{2t_{max}} = \frac{1}{n_{tot} dt}$$

Thm. Shannon



Volume considérable de données à traiter :

$$\left. \begin{array}{l} d\nu \leq 10 \text{ MHz} \\ \nu_{max} \geq 150 \text{ nm} \end{array} \right\} n_{tot} \geq 2^{23} (\geq 8, 4.10^6 \text{ ech./vecteur})$$

Temps de simulation de la NLSE par méthode numérique SSSF:

$$\left[\frac{\partial A(z, T)}{\partial z} = \left[\sum_{m=2}^{+\infty} j^{m+1} \frac{\beta_m}{m!} \frac{\partial^m}{\partial T^m} + j\gamma |A|^2 - \frac{1}{2}\alpha \right] A(z, T) \right]$$

Résultats de simulation :

						Fenêtre spectrale									ntot	
						2^13	2^16	2^17	2^18	2^19	2^20	2^21	2^22	2^23		
Tp=10ns						0,04	0,34	0,68	1,36	2,73	5,46	10,90	21,80	43,60	2fmax(THz)	
df(MHz)	L (m)	L_NL (m)	dz (m)	num_step	P_pic (W)	0,16	1,28	2,57	5,15	10,29	20,59	61,70	123,40	246,80	(nm)	
5,2	10	1,7E+03	0.1	100	0,1	23 s	3,4 min	6,5 min	13,5 min	24 min						
		1,7E+02	0.1	100	1	26 s	3,3 min	7 min	12,5 min							
		1,7E+01	0.1	100	10	24 s	3,35 min	7 min	12 min							
		1,7E+00	8,5E-02	120	100	24 s	3,5 min	8 min	12 min							
		1,7E-01	8,5E-03	1200	1,0E+03	35 s	7,1 min	11 min	19 min							
		1,7E-02	8,5E-04	12000	1,0E+04	2,7 min	21 min	42 min								
		1,7E-03	8,5E-05	120000	1,0E+05	4,9 min										

Tps. simul.

Langage de prog. : C

Ordinateur : µprocesseur 2.7 GHz, 2Go de RAM

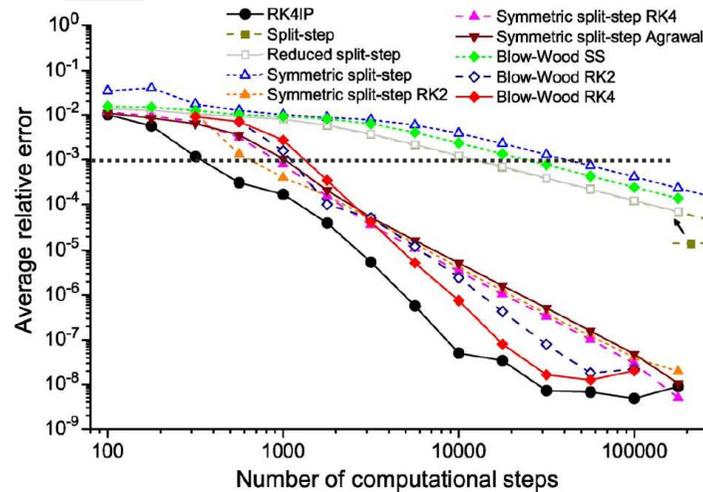
- **I - Présentation**
- **II - Equation NL. Schrödinger**
- **III - Modélisation numérique**
- **IV - Contraintes et limites**
- **V - Plan d'investigations**

- **Comment surmonter les problèmes numériques liés aux équations déterministes ?**
- **Comment rendre compte des problèmes aléatoires ?**

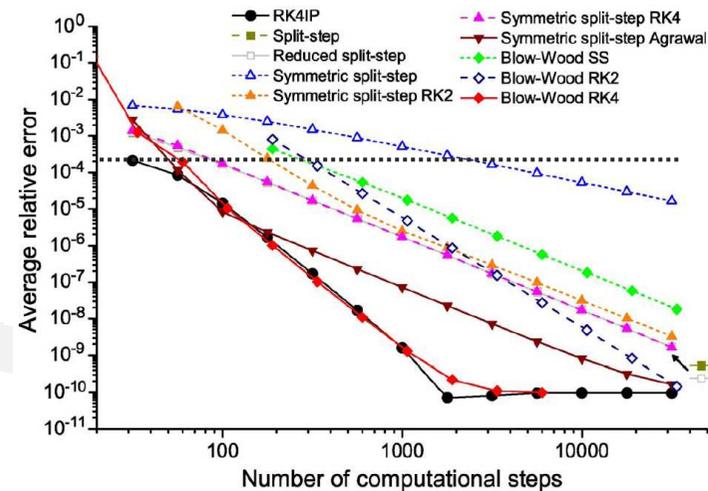
SSF symétrique :
$$\left[A(z + h, T) = \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)\exp(\hat{N}h)\exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)A(z, T) \right] \text{ Erreur globale } O(h)$$

- Techniques alternatives :**
- Erreur globale d'ordre supérieur [Hult]
 - Durée de calcul plus faible
 - Diminution du nombre de pas spatiaux

Bon candidat : RK4-IP Runge-Kutta 4 Interaction Picture Erreur globale $O(h^4)$



NLSE



GNLS

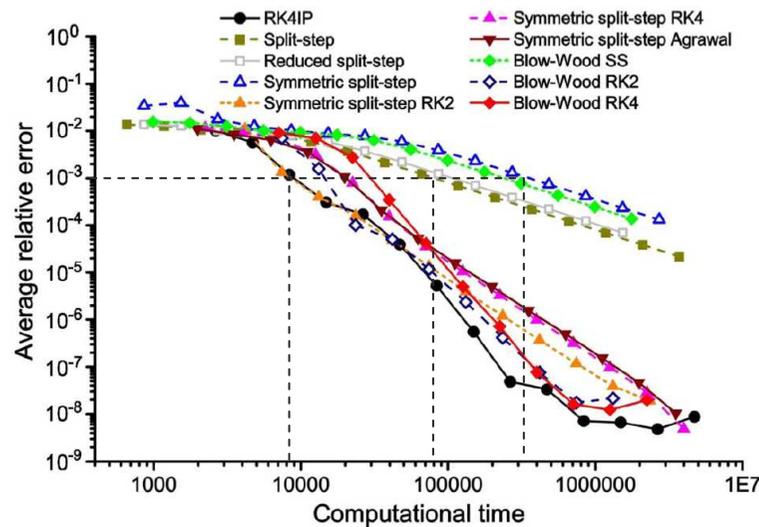
Johan Hult, Journal of Lightwave Technol., Vol. 25, N°12, Dec.2007

Amélioration des durée de calcul ?

- Gros calculateurs
- Parallélisme
- Adaptation du pas de calcul [Heidt]

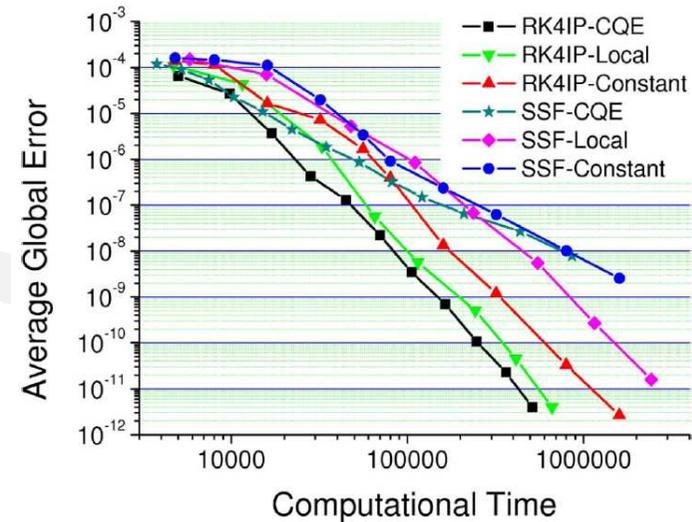
Pas de calcul h constant :

- RK4-IP plus rapide



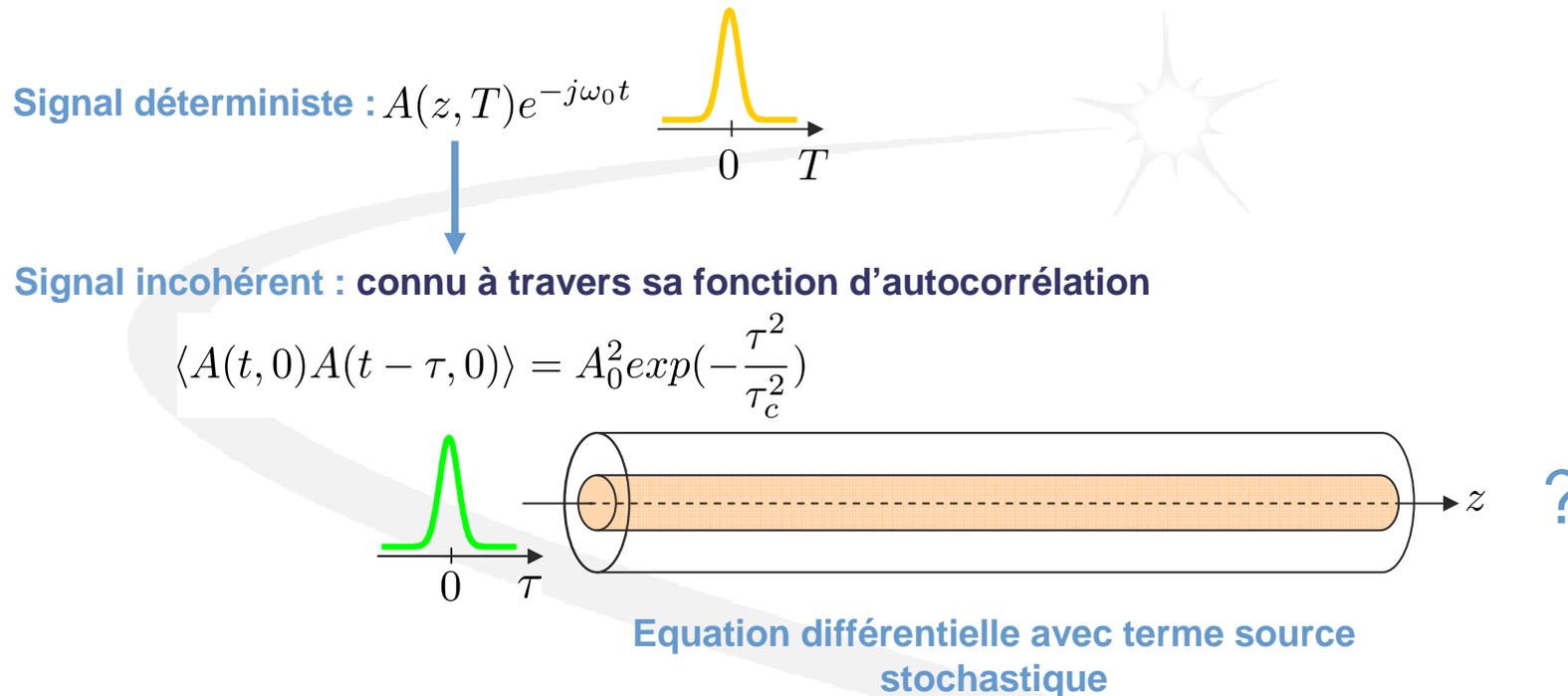
Méthode d'adaptation de taille du pas de calcul :

- Forte non-linéarité h petit
- Faible non-linéarité h augmente



M. Heidt, *Journal of Lightwave Technol.*, Vol. 27, N°18, Sept.2009

Impulsion optique incohérente \Leftrightarrow *Processus stationnaire* Gaussien [Manassah]



J.T. Manassah, Optics Letters, Vol. 16, N°6, March 1990



Modélisation des effets non-linéaires dans un laser impulsionnel fibré

INTERET D'UNE COLLABORATION IRMAR-FOTON

Arnaud FERNANDEZ

arnaud.fernandez@enssat.fr



Texte normal

- Premier niveau de puce
- Deuxième niveau de puce
 - Troisième niveau de puce
 - Quatrième niveau de puce